Technische Universität München
Zentrum Mathematik, M1
Prof. Dr. Bastian von Harrach
Dipl.-Math. Boris von Loesch

---

0. Übung zu ***Nichtlineare Optimierung: Grundlagen*** (WS 2010/2011)

Präsenzaufgaben

Aufgabe 0.1: **(ca. 1 Punkte)**
Sei $f\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ eine Funktion und $X \subset \mathbb{R}^n$ eine nichtleere Menge. Weisen Sie nach, dass die Probleme

$$\max f(x) \quad \text{u.d.N.} \quad x \in X$$

und

$$\min(-f(x)) \quad \text{u.d.N.} \quad x \in X$$

die gleichen Optimalpunkte $x^* \in \mathbb{R}^n$ als Lösung besitzen. Mit anderen Worten: Jede Maximierungsaufgabe lässt sich als Minimierungsaufgabe behandeln.

Aufgabe 0.2: **(ca. 3 Punkte)**
Eine Funktion $f\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ heißt *koerziv*, wenn für jede Folge $(x^k) \subset \mathbb{R}^n$ mit $\|x^k\| \to \infty$ gilt: $f(x^k) \to \infty$.

Zeigen Sie, dass jede stetige und koerzive Funktion ein globales Minimum besitzt.

Aufgabe 0.3: **(ca. 4 Punkte)**
Ein Schweinemastbetrieb muss den Nährstoffbedarf der Schweine an vier verschiedenen Nährstoffen decken. Dafür stehen drei unterschiedliche Futtermittel (mit verschiedenen Einkaufspreisen) zur Verfügung, die in geeigneter Mischung verfüttert werden sollen.

a) Formulieren Sie das Problem, die entstehenden Ausgaben für die Futtermittel zu minimieren, als Optimierungsaufgabe.

b) Ist diese Optimierungsaufgabe linear?

Aufgabe 0.4: **(ca. 5 Punkte)**
Als *starkes Minimum* einer Funktion $f\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ bezeichnet man einen Punkt x^* mit den Eigenschaften

- $f(x^*) = \min_{x\in\mathbb{R}^n} f(x)$,
- für jede Folge $(x^k) \subset \mathbb{R}^n$ mit $f(x^k) \to f(x^*)$ gilt $\lim_{k\to\infty} x^k = x^*$.

a) Zeigen Sie, dass jedes starke Minimum ein striktes globales Minimum ist.

b) Geben Sie eine Funktion an, die ein striktes globales Minimum besitzt, welches kein starkes Minimum ist. Es genügt eine Zeichnung.

c) Zeigen Sie, dass x^* genau dann ein starkes Minimum von f ist, wenn gilt:

$$\operatorname{diam}(N_f(f(x^*) + \epsilon)) \to 0 \text{ für } \epsilon \to 0.$$

$\operatorname{diam}(X)$ bezeichne den Durchmesser einer Menge, der gegeben ist durch

$$\operatorname{diam}(X) = \sup_{x,y \in X} \|x - y\|.$$

Abgabe:

- Die Aufgaben dieses **Präsenzübungsblattes** werden in den ersten Tutorübungen bearbeitet sowie besprochen und *nicht* korrigiert.