

# Optimale Steuerung partieller Differentialgleichungen mit Zustandsbeschränkungen

Fredi Tröltzsch, TU Berlin

Der Vortrag behandelt theoretische und numerische Aspekte der optimalen Steuerung von Prozessen, die durch partielle Differentialgleichungen modelliert werden. In der Regel sind bei solchen Aufgabenstellungen Schranken an die zulässigen Steuerungen vorgegeben. Oft muss aber auch der Zustand des Systems, also die Lösung der partiellen Differentialgleichung, beschränkt sein. Solche Schranken treten etwa bei gesteuerten Wärmeleitprozessen auf. Hier ist der Zustand die Temperatur im betrachteten Ortsgebiet. Diese muss zum Beispiel bei der Kristallzüchtung durch Sublimation einen gewissen Mindestwert haben, damit die Züchtung überhaupt in Gang kommt. Sie darf aber auch einen Höchstwert nicht überschreiten, um die Apparatur nicht zu zerstören. Während der Krebsbehandlung durch lokale Hyperthermie sind Grenzen für die im Körper des Patienten erzeugte Temperatur eine offensichtliche Notwendigkeit. Bei der optimalen Beeinflussung von Strömungen sind Restriktionen an die Strömungsgeschwindigkeit sinnvoll.

Nebenbedingungen an den Zustand lassen sich theoretisch und numerisch wesentlich schwerer behandeln als Steuerungsrestriktionen. Im Vortrag werden zunächst Anwendungsbeispiele erläutert, in denen Zustandsrestriktionen auftreten. Danach wird auf die Theorie der notwendigen und hinreichenden Optimalitätsbedingungen erster und zweiter Ordnung eingegangen. Insbesondere wird erläutert, warum die Lagrange-Multiplikatoren für Restriktionen an den Zustand Maße sind und welche Schwierigkeiten und noch immer offenen mathematischen Probleme daraus resultieren. Schließlich wird auf numerische Techniken und Beispiele eingegangen.